

# Trigonométrie dans le triangle rectangle

Apprentissages visés (PER MSN 34-35 Grandeurs et mesures) :

- utilisation de la proportionnalité des figures semblables ;
- calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues.

Apprentissage complémentaire : trigonométrie dans le triangle rectangle  
Attente fondamentale : dans un triangle rectangle, calculer une grandeur manquante à l'aide des rapports trigonométriques.

## Quelques notes historiques sur la trigonométrie

La trigonométrie (du grec *trigone* «triangle» et *metron* «mesure») est la science de la mesure des triangles. Elle a pour but d'établir des relations entre les longueurs des côtés et les mesures des angles d'un triangle. Elle a été inventée par des astronomes de l'Antiquité, dont Hipparque de Nicée (vers 140 av. J.-C.), pour mesurer des longueurs qui leur étaient inaccessibles directement (hauteur d'une montagne, distance de la Terre au Soleil), pour repérer la position des étoiles sur la voûte céleste et pour prévoir les phénomènes astronomiques réguliers (retour des saisons, déplacement des planètes). Malheureusement, les travaux de ces savants n'ont pas été retrouvés. Le mathématicien indien Aryabhata (V<sup>e</sup> siècle) fut le premier à établir des tables de sinus (c'est-à-dire de demi-cordes) et de cosinus (sinus de l'angle complémentaire). Elles furent complétées plus tard par des tables de tangentes et de cotangentes.

La trigonométrie est utilisée de nos jours dans de nombreux domaines : l'arpentage, la navigation maritime et aérienne, la mécanique, l'électricité, l'optique géométrique...

**1. QUEL RAPPORT ?**

Construis deux triangles rectangles différents  $ABC$  et  $EFG$ , tels que :

- premier triangle :  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  et  $\widehat{BAC} = 40^\circ$  ;
- second triangle :  $\widehat{EFG} = 90^\circ$  et  $\widehat{FEG} = 40^\circ$ .

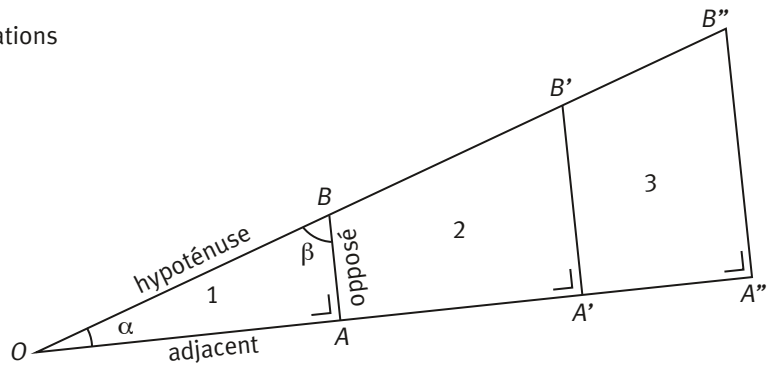
Détermine les rapports suivants :

- premier triangle :  $\frac{BC}{AC}$  ;  $\frac{AB}{AC}$  ;  $\frac{BC}{AB}$  ;
- second triangle :  $\frac{FG}{EG}$  ;  $\frac{EF}{EG}$  ;  $\frac{FG}{EF}$ .

Que remarques-tu ?

**2. SINUS, COSINUS ET TANGENTE**

a) Complète le tableau à l'aide des informations que tu peux recueillir sur cette figure :



triangle	MESURES DES CÔTÉS			RAPPORTS		
	opposé	adjacent	hypoténuse	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
	$AB; A'B'; A''B''$	$OA; OA'; OA''$	$OB; OB'; OB''$	$\frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$	$\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$	$\frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$
1						
2						
3						

- b) Que constates-tu ?
- c) Essaie de déterminer, de la même manière,  $\sin \beta$ ,  $\cos \beta$ ,  $\tan \beta$  et compare tes résultats avec ceux de ton voisin.

**3. AVEC LA CALCULATRICE**

Arriveras-tu à compléter ces tableaux avec l'aide de ta calculatrice ?

a)

$\alpha$	$\sin \alpha$
$75^\circ$	
	0,2
	2

b)

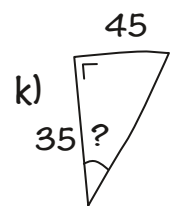
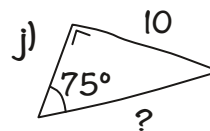
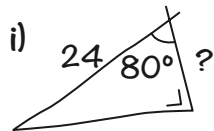
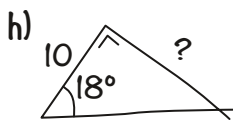
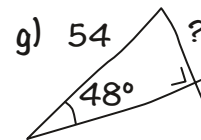
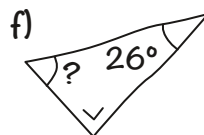
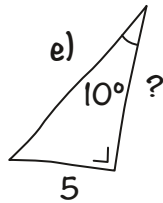
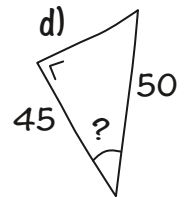
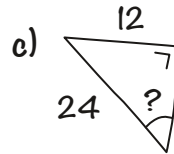
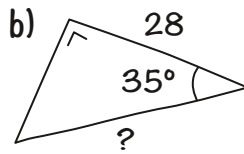
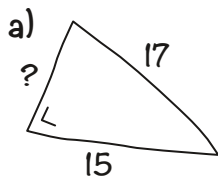
$\alpha$	$\cos \alpha$
$32^\circ$	
	0,6
	1,2

c)

$\alpha$	$\tan \alpha$
$57^\circ$	
	0,3
	3

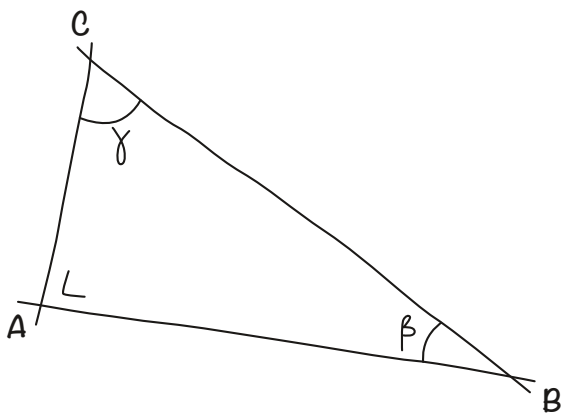
**4. À PARTIR DE CROQUIS**

Calcule les mesures demandées (longueurs exprimées en cm) :



**5. CÔTÉS ET ANGLES**

Complète le tableau suivant (longueurs exprimées en cm) :



	AB	BC	AC	$\beta$	$\gamma$
a)	3,2	5,6			
b)		5	4		
c)	2,5		4,8		
d)	4				$40^\circ$
e)			5		$65,5^\circ$
f)		45		$74^\circ$	

**6. ET LES ANGLES ?**

D'un triangle  $ABC$  rectangle en  $C$ , on connaît  $AC = 2,5$  m et  $BC = 35$  cm.  
Calcule les mesures des angles de ce triangle.

### 7. À LA RAME

Jack traverse le lac de Thoun à la rame, en direction de Gwatt. Muni de son sextant, il croit distinguer un phare d'une hauteur de 25 m, sous un angle de  $3^\circ$ .

Quelle distance lui reste-t-il à parcourir à la force de ses biceps avant d'atteindre la rive ?

### 8. L'ÉCHELLE

Une échelle de 7,5 m de longueur est appuyée contre un mur. Elle atteint une hauteur de 6,6 m.

Quel angle fait-elle avec le sol ?

### 9. LA GRUE

D'une fenêtre, l'œil d'un observateur situé à 9 m au-dessus du sol vise le pied et le sommet d'une grue de chantier.

Le pied de la grue se situe à  $13^\circ$  au-dessous de l'horizontale, alors que son sommet se situe  $58^\circ$  au-dessus.

Quelle est la hauteur de la grue ?

### 10. LE TÉLÉPHÉRIQUE

Un téléphérique se déplace à une vitesse moyenne de 7 m par seconde et la durée de son parcours est de 4 minutes et 20 secondes.

Lorsque, de la station inférieure, on regarde la station supérieure, le rayon visuel fait un angle de  $19^\circ$  avec l'horizontale.

Quelle est l'altitude de la station supérieure, si la station inférieure est à 1315 m ?

### 11. TRÈS RAIDE !

Quel angle une pente de 25 % détermine-elle avec l'horizontale ?

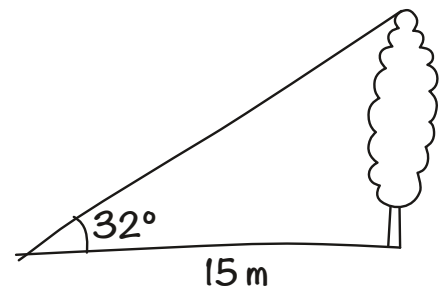
### 12. MARCHÉ À L'OMBRE

Il est minuit et tu marches le long d'un trottoir. Tu passes alors à l'aplomb d'un éclairage public dont l'ampoule se situe à 4 m du sol.

- A quelle distance du pied de ce lampadaire te situeras-tu lorsque ton ombre égalera ta taille ?
- Et quelle sera cette distance si ton ombre mesure 15 m ?
- Quelle sera la mesure de ton ombre, si l'angle formé par le rayon lumineux passant par le sommet de ta tête et le sol mesure  $18^\circ$  ?

## Faire le point

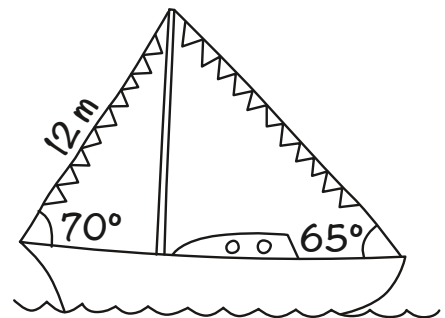
1. Pour déterminer la hauteur d'un arbre, j'ai effectué ces deux mesures.  
Est-ce suffisant ?



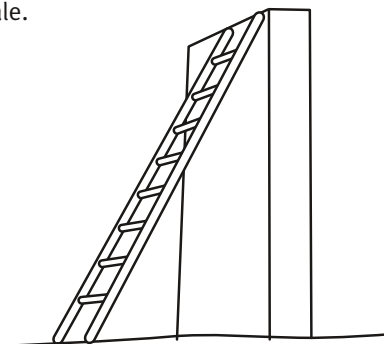
2. Pour décorer son voilier, le capitaine a tendu deux cordes portant des fanions.

Calcule

- la hauteur du mât ;
- la longueur du bateau ;
- la longueur totale des cordes utilisées.



3. Pour être stable, une échelle doit former un angle de  $70^\circ$  à  $75^\circ$  avec l'horizontale.  
Est-ce le cas ici, si l'échelle mesure 325 cm et le mur 3 m de haut ?

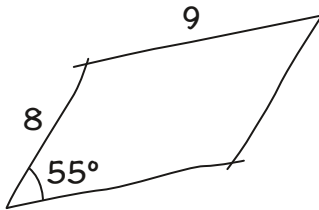


## Encore quelques problèmes

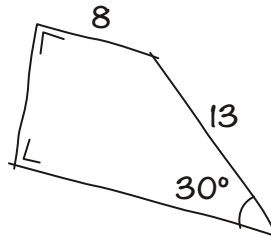
### 13. AUSSI DES QUADRILATÈRES

Calcule l'aire des quadrilatères suivants (longueurs exprimées en cm) :

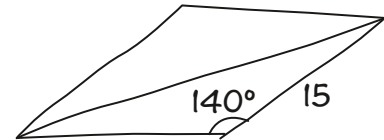
un parallélogramme



un trapèze rectangle



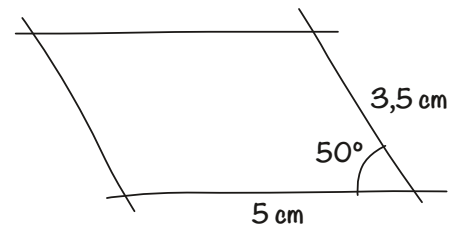
un losange



### 14. LA BASE D'UN PRISME

Voici un croquis d'un parallélogramme qui est la base d'un prisme droit de 6 cm de hauteur.

Quelle est l'aire totale et quel est le volume de ce prisme ?



### 15. UNE NAPPE OCTOGONALE

Dans une pièce de tissu carrée de 1,20 m de côté, tu désires découper une nappe en forme d'octogone régulier.

Quelle sera la plus grande longueur que tu peux obtenir pour le côté de l'octogone régulier ?

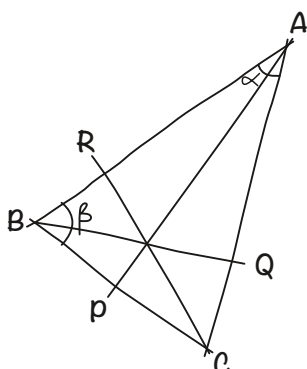
### 16. ENCORE UN TRIANGLE ISOCÈLE

Dans un triangle isocèle  $ABC$ , on connaît  $AB = AC = 25$  cm et  $BC = 12$  cm.

Quelle est la longueur du rayon de son cercle circonscrit ?

### 17. AVEC DES HAUTEURS

Dans cette figure,  $ABC$  est un triangle isocèle.  $AP$ ,  $BQ$  et  $CR$  sont les trois hauteurs.



Complète le tableau suivant (longueurs exprimées en cm) :

	$\alpha$	$\beta$	$BC$	$AB=AC$	$AP$	$BQ=RC$
a)			9,3			7,8
b)	$65^\circ$			35		
c)			47		51	
d)		$29^\circ$		17,5		