Partie A :

Le mulard est une espèce de canard hybride. Il est utilisé dans la fabrication du foie gras. On suppose que le poids d'un foie gras de canard mulard, exprimé en grammes, est une variable aléatoire X suivant la loi normale $N(607, 113^2)$

Dans cette partie on arrondira les probabilités au millième.

- Calculer à l'aide de la calculatrice $P(500 \leq X \leq 650)$
- a. Donner la valeur de $P(X < 607)$
- b. En déduire, à l'aide de la calculatrice, la probabilité qu'un foie gras de canard mulard pèse moins de 700 grammes.
- Calculer, à l'aide de la calculatrice, la valeur de x , arrondie à l'unité, telle que $P(X \leq x) = 0,8500$. Interpréter ce résultat.

Partie B :

D'autres espèces de canard sont utilisées pour la fabrication du foie gras : le canard de Barbarie et le canard hinnie. On suppose que le poids d'un foie gras de canard de Barbarie, respectivement d'un canard hinnie, exprimé en grammes, est une variable aléatoire Y , respectivement Z , suivant la loi normale $N(\mu_B, 85^2)$. Selon les normes européennes, le foie gras de canard, quelle que soit son espèce, doit peser plus de 300 grammes pour être commercialisé.

- 0,74% des foies gras de canard de Barbarie ne peuvent être commercialisés.
- a. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la valeur de y , arrondie au millième, telle que : $P\left(\frac{Y - \mu_B}{85} \leq y\right) = 0,0074$.
- b. En déduire la valeur de μ_B arrondie à l'unité.
- La probabilité qu'un foie gras de canard hinnie ne puisse pas être commercialisé est 0,0078 et la probabilité que son poids soit compris entre 300 et 550 grammes est 0,477.
- a. On admet que : $P\left(\frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq -2,42\right) = 0,0078$ et $P\left(-2,42 \leq \frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq -0,04\right) = 0,477$.

Montrer que μ_H et σ_H vérifient le système suivant :
$$\begin{cases} \mu_H = 300 + 2,42 \sigma_H \\ \mu_H = 550 + 0,04 \sigma_H \end{cases}$$

- En déduire les valeurs de μ_H et σ_H arrondies à l'unité

CORRECTION

Partie A :

1. $P(500 \leq X \leq 650) = 0,476$

2. a. $P(X < 607) = 0,5$

```
Normal C.D
Lower : 59,999E+03
Upper : 607
σ : 113
μ : 607
Save Res:None
Execute
```

```
Normal C.D
P : 0,5
z:Low=-8,85E+06
z:Up = 0
```

b. $P(X < 700) = 0,795$

```
Normal C.D
Lower : 59,999E+03
Upper : 700
σ : 113
μ : 607
Save Res:None
Execute
```

```
Normal C.D
P : 0,79474852
z:Low=-8,85E+06
z:Up = 0,82300885
```

3. $x = 724,117$

85 % des foies de canard de barbarie ont un poids inférieur à 724,117 g.

```
Inverse Normal
Area : 0,85
σ : 113
μ : 607
Save Res:None
Execute
[LEFT] [RIGHT] [CNTR]
```

```
Inverse Normal
x=724,116973
```

Partie B :

1. a. La variable aléatoire $T = \frac{Y - \mu_B}{85}$ suit une loi normale centrée réduite donc si $P(T \leq y) = 0,0074$ alors $y = -2,437$.

```
Inverse Normal
Area : 7,4E-03
σ : 1
μ : 0
Save Res:None
Execute
[LEFT] [RIGHT] [CNTR]
```

```
Inverse Normal
x=-2,4372364
```

b. 0,74 % des foies gras de canard de Barbarie ne peuvent être commercialisés, donc 0,74 % des foies gras de canard pèsent moins de 300 grammes.

$$P(Y \leq 300) = 0,0074 \Leftrightarrow P\left(\frac{Y - \mu_B}{85} \leq \frac{300 - \mu_B}{85}\right) = 0,0074 \Leftrightarrow \frac{300 - \mu_B}{85} = -2,437 \Leftrightarrow 300 - \mu_B = -85 \times 2,437$$

$$\Leftrightarrow \mu_B = 300 + 85 \times 2,437 \text{ donc } \mu_B = 507 \text{ arrondi à l'unité.}$$

2. La variable aléatoire $T = \frac{Z - \mu_H}{\sigma_H}$ suit une loi normale centrée réduite.

La probabilité qu'un foie gras de canard hinnie ne puisse pas être commercialisé est 0,0078 donc :

$$P(Z \leq 300) = 0,0078 \Leftrightarrow P\left(\frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq \frac{300 - \mu_H}{\sigma_H}\right) = 0,0078$$

La probabilité que son poids soit compris entre 300 et 550 grammes est 0,477 donc :

$$P(300 \leq Z \leq 550) = 0,477 \Leftrightarrow P\left(\frac{300 - \mu_H}{\sigma_H} \leq \frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq \frac{550 - \mu_H}{\sigma_H}\right) = 0,477$$

$$a. \quad P\left(\frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq -2,42\right) = 0,0078 = P\left(\frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq \frac{300 - \mu_H}{\sigma_H}\right) \text{ donc } P\frac{300 - \mu_H}{\sigma_H} = -2,42 \text{ soit } 300 - \mu_H = -2,42 \sigma_H$$

$$\text{donc } \mu_H = 300 + 2,42 \sigma_H$$

$$P\left(-2,42 \leq \frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq -0,04\right) = 0,477 = P\left(-2,42 \leq \frac{Z - \mu_H}{\sigma_H} \leq \frac{550 - \mu_H}{\sigma_H}\right) \text{ donc } \frac{550 - \mu_H}{\sigma_H} = -0,04 \text{ soit } 550 - \mu_H = -0,04 \sigma_H$$

$$\text{donc } \mu_H = 550 + 0,04 \sigma_H$$

$$\mu_H \text{ et } \sigma_H \text{ vérifient le système : } \begin{cases} \mu_H = 300 + 2,42 \sigma_H \\ \mu_H = 550 + 0,04 \sigma_H \end{cases}.$$

$$b. \quad \begin{cases} \mu_H = 300 + 2,42 \sigma_H \\ \mu_H = 550 + 0,04 \sigma_H \end{cases} \text{ donc } 300 + 2,42 \sigma_H = 550 + 0,04 \sigma_H$$

$$2,42 \sigma_H - 0,04 \sigma_H = 550 - 300 = 250 \text{ donc } \sigma_H = \frac{250}{2,4} = 104 \text{ arrondi à l'unité.}$$

$$\mu_H = 550 + 0,04 \times 104 = 554 \text{ arrondi à l'unité.}$$