

Une entreprise fabrique des jetons destinés à un établissement de jeux. On note D la variable aléatoire qui, à un jeton prélevé au hasard dans la production totale, associe son diamètre en millimètres. On admet que la variable aléatoire D suit la loi d'espérance 29 et d'écart-type 0,2.

Partie A. Etude du diamètre des jetons.

1. Calculer, 10^{-4} près, la probabilité $P(D < 29,5)$.
2. Dans un lot de 15000 jetons à combien peut-on évaluer un nombre de jetons ayant pour diamètre inférieur à 29,5 mm ?

Partie B. Amélioration de la production

Le cahier des charges de l'entreprise indique que le diamètre doit être compris entre 28,7 mm et 29,3 mm.

1. Calculer, à 10^{-4} près, la probabilité qu'un jeton pris au hasard dans la production ait un diamètre :
 - a. conforme au cahier des charges ;
 - b. non conforme au cahier des charges
2. L'entreprise décide d'améliorer la qualité des jetons en modifiant le réglage des machines de production.

On note X la variable aléatoire qui, à un jeton prélevé dans la production future, associe son diamètre.

On suppose que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 29 et d'écart-type σ .

Déterminer σ pour qu'environ 95 % des jetons de la production future soient conforme au cahier des charges.

CORRECTION

Partie A. Etude du diamètre des jetons.

1. $P(D < 29,5) = 0,9938$

99,38 % des jetons ont un diamètre inférieur à 29,5 mm

2. Sur 15 000 jetons, 99,38 % ont un diamètre inférieur à 29,5 mm soit $15\,000 \times 0,9938 = 14\,907$ jetons

Calculatrice CASIO :

dans le menu STAT, choisir DIST (F5) puis NORM (F1) et Ncd

```
Normal C.D          Normal C.D
Lower  :-1E+06       P      =0.99379033
Upper  :29.5         z:Low=-5E+06
σ      :0.2           z:UP =2.5
μ      :29
Save Res:None
Execute
|CALC
```

On choisit -10^6 comme borne inférieure (Lower) car la probabilité est $P(D \leq \dots)$ donc on n'a pas de borne inférieure obligatoire

Partie B. Amélioration de la production

1. a. $P(28,7 \leq D \leq 29,3) = 0,86639$

Calculatrice CASIO :

dans le menu STAT, choisir DIST (F5) puis NORM (F1) et Ncd (F2)

```
Normal C.D          Normal C.D
Lower  :-1E+06       P      =0.86638559
Upper  :29.5         z:Low=-1.5
σ      :0.2           z:UP =1.5
μ      :29
Save Res:None
Execute
|CALC
```

La borne inférieure est 28,7,

La borne supérieure 29,3

Calculatrice CASIO :

dans le menu STAT, choisir DIST (F5) puis NORM (F1) et InvN (F2)

```
Inverse Normal      Inverse Normal
Tail      :Central   x:Low=-1.959964
Area      :0.95      x:UP =1.95996398
σ         :1
μ         :0
Save Res:None
Execute
|CALC
```

On choisit centré car l'intervalle $\left[-\frac{\sigma}{3}; \frac{\sigma}{3}\right]$ est centré en 0, l'aire est le résultat demandé pour la probabilité.

- b. $p = 1 - P(28,7 \leq D \leq 29,3) = 1 - 0,86639 = 0,13361$

2. $P(28,7 \leq D \leq 29,3) = 0,95$

Soit $T = \frac{D - 29}{\sigma}$, T suit une loi normale centrée réduite

$$P(28,7 \leq D \leq 29,3) = 0,95 \Leftrightarrow P\left(\frac{28,7 - 29}{\sigma} \leq D \leq \frac{29,3 - 29}{\sigma}\right) = 0,95$$

$$\Leftrightarrow P\left(\frac{-0,3}{\sigma} \leq D \leq \frac{0,3}{\sigma}\right) = 0,95 \Leftrightarrow \frac{0,3}{\sigma} = 1,96 \Leftrightarrow \sigma = \frac{0,3}{1,96} \text{ soit } \sigma \approx 1,53$$