Exercice 1 :

On se place dan un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan.

Prenons les points suivants : A$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$, B$\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$, C$\begin{pmatrix}-3\\-8\end{pmatrix}$, D$\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ et E$\begin{pmatrix}2\\-\frac{4}{3}\end{pmatrix}$.

a) A, B et C sont-ils alignés ? Justifier la réponse.
b) Même question pour C, D et E.
c) Démontrer que (AD) et (BE) sont parallèles.

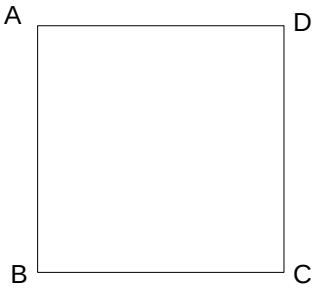
Exercice 2 :

Soit ABC un triangle quelconque. On place le point P symétrique de A par rapport à B, le point Q symétrique de B par rapport à C et le point R symétrique de C par rapport à A. On appelle I le milieu de [BC] et K le milieu de [PQ]. On appelle G et H les centres de gravité des triangles ABC et PQR.
On choisit le repère (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$).

1. Déterminer les coordonnées des points A, B et C.
2. Déterminer les coordonnées du point I, puis celles du point G.
3. Déterminer les coordonnées des points R, P, Q et K.
4. Démontrer que les points G et H sont confondus.

Exercice 3 : *(Alignement, version 2)*

Soit ABCD un carré (voir ci-contre) tel que AB = 1.
Soit le point E, à l'intérieur du carré, tel que BEC soit équilatéral.
Soit le point F, à l'extérieur du carré, tel que DCF soit équilatéral.



1. On se place dans le repère (B ; C , A). Justifier que le repère est orthonormé.
2. Déterminer les coordonnées de A, E et F.
3. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$.
4. Les points A, E et F sont-ils alignés ?

Exercice 4 : (Facultatif, mais OBLIGATOIRE pour les futurs S)

ABC est un triangle et O le centre de son cercle circonscrit.
A' est le milieu du segment [BC], B' celui de [CA] et C' celui de [AB].

A.

On considère le point H défini par : $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. [1]
1a. Justifier que $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA'}$. [2]
1b. Déduire de la relation [1] que $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA'}$.
1c. Démontrer alors que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
2. En utilisant la démarche précédente, démontrer que la droite (BH) est perpendiculaire à la droite (AC).
3. Que représente le point H pour le triangle ABC ?

B. Droite d'Euler

G désigne le centre de gravité du triangle ABC.
1a. Démontrer que $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GA'}$
1b. Démontrer que $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OA'}$.
2. En déduire que $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OH}$.
3. Que peut-on dire des points O, G, H lorsque le triangle ABC n'est pas équilatéral.
4. Que peut-on dire des points O, G et H dans le cas où ABC est un triangle équilatéral ?

Vous devez apporter le plus grand soin à la rédaction de votre copie.