EXERCICE 1 5 points Commun à tous les candidats

Soit f la fonction dérivable, définie sur l'intervalle] 0 ; +∞ [par : $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$.

1. Étude d'une fonction auxiliaire

a. Soit la fonction g dérivable, définie sur [0 ; + ∞ [par : $g(x) = x^2 e^x - 1$.

Étudier le sens de variation de la fonction g.

b. Démontrer qu'il existe un unique réel α appartenant à [0 ; + ∞ [tel que $g(\alpha) = 0$.

Démontrer que α appartient à l'intervalle [0,703 ; 0,704 [.

c. Déterminer le signe de $g(x)$ sur [0 ; + ∞ [.

2. Étude de la fonction *f*

a. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en + ∞.

b. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle] 0 ; + ∞ [.

Démontrer que pour tout réel strictement positif x, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

c. En déduire le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variation sur l'intervalle] 0 ; + ∞ [.

d. Démontrer que la fonction f admet pour minimum le nombre réel $m = \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}$.

e. Justifier que $3{,}43 < m < 3{,}45$.

EXERCICE 2 5 points Commun à tous les candidats

Soient deux suites (u_n) et (v_n) définies par $u_0 = 2$ et $v_0 = 10$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}$ et $v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$.

PARTIE A

On considère l'algorithme suivant :

Variables : N est un entier
U,V,W sont des réels
K est un entier
Début : Affecter 0 à K
Affecter 2 à U
Affecter 10 à V
Saisir N
Tant que $K < N$
  Affecter $K + 1$ à K
  Affecter U à W Affecter $\frac{2U + V}{3}$ à U
  Affecter $\frac{W + 3V}{4}$ à V
Fin tant que
Afficher U
Afficher V
Fin

On exécute cet algorithme en saisissant $N = 2$. Recopier et compléter le tableau donné ci-dessous donnant l'état des variables au cours de l'exécution de l'algorithme.

K	W	U	V
0			
1			
2			

PARTIE B

1. a. Montrer que pour tout entier naturel n, $v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{5}{12}(v_n - u_n)$.

b. Pour tout entier naturel n on pose $w_n = v_n - u_n$.

Montrer que pour tout entier naturel n, $w_n = 8\left(\frac{5}{12}\right)^n$.

2. a. Démontrer que la suite (u_n) est croissante et que la suite (v_n) est décroissante.

b. Déduire des résultats des questions 1. b. et 2. a. que pour tout entier naturel n on a $u_n \leq 10$ et $v_n \geq 2$.

c. En déduire que tes suites (u_n) et (v_n) sont convergentes.

3. Montrer que les suites (u_n) et (v_n) ont la même limite.

4. Montrer que la suite (t_n) définie par $t_n = 3u_n + 4v_n$ est constante.

En déduire que la limite commune des suites (u_n) et (v_n) est $\frac{46}{7}$.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

Tous les résultats numériques devront être donnés sous forme décimale et arrondis au dix-millième

Une usine fabrique des billes sphériques dont le diamètre est exprimé en millimètres.

Une bille est dite hors norme lorsque son diamètre est inférieur à 9 mm ou supérieur à 11 mm.

Partie A

1. On appelle X la variable aléatoire qui à chaque bille choisie au hasard dans la production associe son diamètre exprimé en mm.

On admet que la variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 10 et d'écart-type 0,4.

Montrer qu'une valeur approchée à 0,000 1 près de la probabilité qu'une bille soit hors norme est 0,012 4. On pourra utiliser la table de valeurs donnée en annexe.

2. On met en place un contrôle de production tel que 98 % des billes hors norme sont écartés et 99% des billes correctes sont conservées.

On choisit une bille au hasard dans la production. On note N l'évènement :

« la bille choisie est aux normes », A l'évènement : « la bille choisie est acceptée à l'issue du contrôle ».

a. Construire un arbre pondéré qui réunit les données de l'énoncé.

b. Calculer la probabilité de l'évènement A.

c. Quelle est la probabilité pour qu'une bille acceptée soit hors norme ?

Partie B

Ce contrôle de production se révélant trop coûteux pour l'entreprise, il est abandonné : dorénavant, toutes les billes produites sont donc conservées, et elles sont conditionnées par sacs de 100 billes.

On considère que la probabilité qu'une bille soit hors norme est de 0,012 4.

On admettra que prendre au hasard un sac de 100 billes revient à effectuer un tirage avec remise de 100 billes dans l'ensemble des billes fabriquées.

On appelle Y la variable aléatoire qui à tout sac de 100 billes associe le nombre de billes hors norme de ce sac.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire Y ?

2. Quels sont l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire Y ?

3. Quelle est la probabilité pour qu'un sac de 100 billes contienne exactement deux billes hors norme ?

4. Quelle est la probabilité pour qu'un sac de 100 billes contienne au plus une bille hors norme ?

EXERCICE 4 5 points Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes.

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. **Proposition** : Pour tout entier naturel n : $(1 + i)^{4n} = (-4)^n$.

2. Soit (E) l'équation $(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$ où z désigne un nombre complexe.

Proposition : Les points dont les affixes sont les solutions, dans $\mathbb{C}$, de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8.

3. **Proposition** : Pour tout nombre réel α, $1 + e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha}\cos(\alpha)$.

4. Soit A le point d'affixe $z_A = \frac{1}{2}(1 + i)$ et M_n le point d'affixe $(z_A)^n$ où n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.

Proposition : si $n - 1$ est divisible par 4, alors les points O, A et M_n sont alignés.

5. Soit j le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{2\pi}{3}$.

Proposition : $1 + j + j^2 = 0$.

EXERCICE 4 5 points Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On note E l'ensemble des vingt-sept nombres entiers compris entre 0 et 26.

On note A l'ensemble dont les éléments sont les vingt-six lettres de l'alphabet et un séparateur entre deux mots, noté « $\star$ » considéré comme un caractère.

Pour coder les éléments de A, on procède de la façon suivante :

• **Premièrement :** On associe à chacune des lettres de l'alphabet, rangées par ordre alphabétique, un nombre entier naturel compris entre 0 et 25, rangés par ordre croissant.

On a donc $a \to 0$, $b \to 1$, ... $z \to 25$.

On associe au séparateur « $\star$ »le nombre 26.

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*	*n*
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

o	*p*	*q*	*r*	*s*	*t*	*u*	*v*	*w*	*x*	*y*	*z*	$\star$
14	15	13	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

On dit que a a pour rang 0, b a pour rang 1, ... , z a pour rang 25 et le séparateur « $\star$ » a pour rang 26.

• **Deuxièmement :** à chaque élément x de E, l'application g associe le reste de la division euclidienne de $4x + 3$ par 27.

On remarquera que pour tout x de E, $g(x)$ appartient à E.

• **Troisièmement :** Le caractère initial est alors remplacé par le caractère de rang $g(x)$.

Exemple :

$s \to 18$, $g(18) = 21$ et $21 \to v$. Donc la lettre s est remplacée lors du codage par la lettre v.

1. Trouver tous les entiers x de E tels que $g(x) = x$ c'est-à-dire invariants par g.

En déduire les caractères invariants dans ce codage.

2. Démontrer que, pour tout entier naturel x appartenant à E et tout entier naturel y appartenant à E, si $y \equiv 4x + 3$ modulo 27 alors $x \equiv 7y + 6$ modulo 27.

En déduire que deux caractères distincts sont codés par deux caractères distincts.

3. Proposer une méthode de décodage.

4. Décoder le mot « *v f v* ».

Annexe

Exercice 3

	A	B
1	d	$P(X < d)$
2	0	3,06E-138
3	1	2,08E-112
4	2	2,75E-89
5	3	7,16E-69
6	4	3,67E-51
7	5	3,73E-36
8	6	7,62E-24
9	7	3,19E-14
10	8	2,87E-07
11	9	0,00620967
12	10	0,5
13	11	0,99379034
14	12	0,9999997 1
15	13	1
16	14	1
17	15	1
18	16	1
19	17	1
20	18	1
21	19	1
22	20	1
23	21	1
24	22	1
25		

Copie d'écran d'une feuille de calcul

CORRECTION

EXERCICE 1 5 points Commun à tous les candidats

1. Étude d'une fonction auxiliaire

a. Soit $\begin{cases} u(x) = x^2 & u'(x) = 2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x & v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$ donc $g'(x) = 2x\,\mathrm{e}^x + x^2\,\mathrm{e}^x$

$g'(x) = x\,\mathrm{e}^x\,(2 + x)$

g est définie sur $[\,0\,;+\infty\,[$ donc $x\,(2+x) \geq 0$, la fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$ donc :

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	0	+	
g	-1	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.

b. La fonction g est définie continue strictement croissante sur $[\,0\,;+\infty\,[$, $g(0) = -1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, $0 \in [\,-1\,;+\infty\,[$ donc il existe un unique réel α appartenant à $[\,0\,;+\infty\,[$ tel que $g(\alpha) = 0$.

$g(0{,}703) < 0$ et $g(0{,}704) > 0$ donc α appartient à l'intervalle $[\,0{,}703\,;\,0{,}704\,[$.

c.

x	0		α		$+\infty$
g	-1	↗	0	↗	$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	+	

2. Étude de la fonction *f*

a. $f(x) = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to0} \mathrm{e}^x = 1$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \dfrac{1}{x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x) = +\infty$.

b. $f'(x) = \mathrm{e}^x - \dfrac{1}{x^2}$

donc pour tout réel strictement positif x, $f'(x) = \dfrac{x^2\,\mathrm{e}^x - 1}{x^2} = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

c. $x^2 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $g'(x)$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

d. f est décroissante sur $]\,0\,;\alpha\,]$et croissante sur $[\,\alpha\,;+\infty\,[$ donc la fonction f admet pour minimum $f(\alpha)$.

$g(\alpha) = 0$ donc $\alpha^2\,\mathrm{e}^\alpha - 1 = 0$ donc $\mathrm{e}^\alpha = \dfrac{1}{\alpha^2}$

$f(\alpha) = \mathrm{e}^\alpha + \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha^2} + \dfrac{1}{\alpha}$ donc la fonction f admet pour minimum le nombre réel $m = \dfrac{1}{\alpha^2} + \dfrac{1}{\alpha}$.

e. $0{,}703 \leq \alpha < 0{,}704$ donc $\dfrac{1}{0{,}704} < \dfrac{1}{\alpha} \leq \dfrac{1}{0{,}703}$ et $\dfrac{1}{0{,}704^2} < \dfrac{1}{\alpha^2} \leq \dfrac{1}{0{,}703^2}$ donc

$$\frac{1}{0{,}704^2} + \frac{1}{0{,}704} < \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \leq \frac{1}{0{,}703^2} + \frac{1}{0{,}703}$$

$$\frac{1{,}704}{0{,}704^2} < \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \leq \frac{1{,}703}{0{,}703^2} \text{ or } 3{,}43 < \frac{1{,}704}{0{,}704^2} < \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \leq \frac{1{,}703}{0{,}703^2} < 3{,}45 \text{ donc } 3{,}43 < m < 3{,}45.$$

EXERCICE 2 5 points Commun à tous les candidats

PARTIE A

K	W	U	V
0		2	10
1	2	$\frac{14}{3}$	8
2	$\frac{14}{3}$	$\frac{52}{9}$	$\frac{129}{18}=\frac{43}{6}$

PARTIE B

1. *a.* Pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=\frac{2u_n+v_n}{3}$ et $v_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4}$ donc $v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4}-\frac{2u_n+v_n}{3}$

$v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{3(u_n+3v_n)-4(2u_n+v_n)}{12}$

$v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{5v_n-5u_n}{12}$ donc $v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{5}{12}(v_n-u_n)$.

b. $w_0=v_0-u_0=10-2$ soit $w_0=8$

Pour tout entier naturel n $v_{n+1}-u_{n+1}=\frac{5}{12}(v_n-u_n)$.

or $w_n=v_n-u_n$ donc $w_{n+1}=\frac{5}{12}w_n$, la suite (w_n) est géométrique de premier terme $w_0=8$ et de raison $q=\frac{5}{12}$

donc pour tout entier naturel n, $w_n=w_0\,q^n$ donc $w_n=8\left(\frac{5}{12}\right)^n$.

2. *a.* $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n+v_n}{3}-u_n=\frac{2u_n+v_n-3u_n}{3}$ donc $u_{n+1}-u_n=\frac{v_n-u_n}{3}=\frac{1}{3}w_n$.

Pour tout entier naturel n, $w_n=8\left(\frac{5}{12}\right)^n$ donc $w_n>0$ donc $u_{n+1}-u_n>0$ donc la suite (u_n) est croissante

$v_{n+1}-v_n=\frac{u_n+3v_n}{4}-v_n=\frac{u_n+3v_n-4v_n}{4}=\frac{u_n-v_n}{4}$

$v_{n+1}-v_n=-\frac{1}{4}w_n$ or pour tout entier naturel n, $w_n>0$ donc $v_{n+1}-v_n<0$

La suite (v_n) est décroissante.

b. La suite (u_n) est croissante donc pour tout entier naturel n : $u_n\geq u_0$ soit $u_n\geq 2$

La suite (v_n) est décroissante donc pour tout entier naturel n : $v_n\leq v_0$ soit $v_n\leq 10$

Pour tout entier naturel n, $w_n>0$ donc $v_n>u_n$ donc $2\leq u_n<v_n\leq 10$ donc pour tout entier naturel n on a $u_n\leq 10$ et $v_n\geq 2$.

c. La suite (u_n) est croissante, majorée par 10 donc converge et sa limite ℓ est inférieure ou égale à 10

La suite (v_n) est décroissante, minorée par 2 donc converge et sa limite ℓ' est supérieure ou égale à 2

3. Pour tout entier naturel n, $w_n=8\left(\frac{5}{12}\right)^n$, $-1<\frac{5}{12}<1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{12}\right)^n=0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=2$

or $w_n=v_n-u_n$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n=\ell'-\ell$ donc $\ell'-\ell=0$ donc les suites (u_n) et (v_n) ont la même limite.

4. Pour tout entier naturel n, $t_{n+1}=3u_{n+1}+4v_{n+1}$

$t_{n+1}=3\,\frac{2u_n+v_n}{3}+4\,\frac{u_n+3v_n}{4}=2u_n+v_n+u_n+3v_n$

$t_{n+1}=3u_n+4v_n=t_n$ donc la suite (t_n) définie par $t_n=3u_n+4v_n$ est constante donc $t_n=t_0=3u_0+4v_0=3\times 2+4\times 10$

donc pour tout entier naturel n, $t_n=46$

Soit ℓ la limite commune des suites (u_n) et (v_n).

$\lim\limits_{n\to+\infty}t_n=2\lim\limits_{n\to+\infty}u_n+\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=2\ell+4\ell=7\ell$ donc $7\ell=46$

La limite commune des suites (u_n) et (v_n) est $\frac{46}{7}$.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

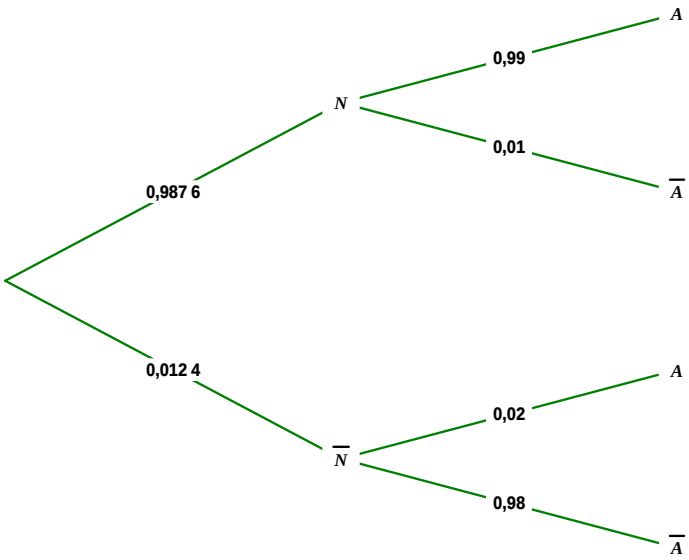
Partie A

1. Une bille est dite hors norme lorsque son diamètre est inférieur à 9 mm ou supérieur à 11 mm, une bille est dans la norme lorsque son diamètre est compris entre 9 mm et 11 mm.

La probabilité qu'une bille soit dans la norme est $P(9 \leq X \leq 11) = 0,987\,6$

La probabilité qu'une bille soit hors norme est $1 - P(9 \leq X \leq 11) = 0,012\,4$.

2. *a*.



***b*.** $P(A) = P(A \cap N) + P(A \cap \overline{N})$

$P(A) = 0,987\,6 \times 0,99 + 0,012\,4 \times 0,02$

$P(A) = 0,977972$ soit 0,9780 au dix-millième près

***c*.** $P_A(\overline{N}) = \dfrac{P(A \cap \overline{N})}{P(A)} = \dfrac{0,012\,4 \times 0,02}{0,977972}$ donc $P_A(\overline{N}) \approx 0,0003$

Partie B

1. On a une succession de 100 expériences aléatoires identiques et indépendantes (tirage avec remise de 100 billes)

Chacune d'elles a deux issues :

- réussite la bille est hors norme ($p = 0,012\,4$)
- échec la bille n'est pas hors norme ($q = 0,987\,6$)

donc la variable aléatoire Y qui à tout sac de 100 billes associe le nombre de billes hors norme de ce sac, suit une loi binomiale de paramètres (100 ; 0,012 4)

2. $E(Y) = 100 \times 0,012\,4 = 1,24$

$\sigma(Y) = \sqrt{100 \times 0,012\,4 \times 0,987\,6}$ donc $\sigma \approx 1,1066$

3. $P(Y = 2) = 0,2241$

4. $P(Y \leq 1) = P(Y = 0) + P(Y = 1)$ soit $P(Y \leq 1) \approx 0,6477$

EXERCICE 4 5 points Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Proposition : VRAIE

$(1 + i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$ donc $(1 + i)^4 = (2i)^2 = -4$

donc $[(1 + i)^4]^n = (-4)^n$ soit $(1 + i)^{4n} = (-4)^n$.

2. Proposition : FAUSSE

$(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0 \Leftrightarrow z - 4 = 0$ ou $z^2 - 4z + 8 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 8 = -16 = (4i)$ donc

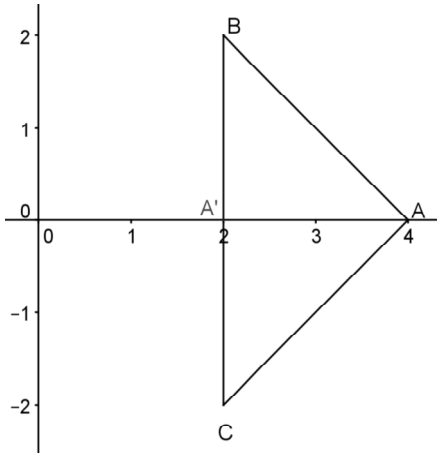
$z_1 = \dfrac{4 + 4i}{2} = 2 + 2i$ et $z_2 = \dfrac{4 - 4i}{2} = 2 - 2i$

L'équation $(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$ admet pour solutions :

$$z_0 = 4,\ z_1 = 2 + 2i \text{ et } z_2 = 2 - 2i$$

Soit A(4) B(2 + 2 i) et C (2 – 2 i), le triangle ABC est isocèle en A, si A' est le milieu de [BC] alors (AA') est la hauteur issue de A de ce triangle.

L'aire du triangle ABC est égale à $\dfrac{1}{2}$ AA' × BC = $\dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$



3. Proposition : VRAIE

Pour tout nombre réel α, $e^{i\alpha} + e^{-i\alpha} = 2\cos(\alpha)$

donc $2e^{i\alpha}\cos(\alpha) = 2e^{i\alpha}\left(\dfrac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}\right) = e^{i\alpha}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) = 1 + e^{2i\alpha}$.

4. Proposition : VRAIE

$1 + i = \sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ donc $z_A = \dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ donc $(z_A)^n = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{in\frac{\pi}{4}}$

Si $n - 1$ est divisible par 4, il existe un entier k tel que $n - 1 = 4k$ donc $n = 4k + 1$

$(z_A)^n = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i(4k+1)\frac{\pi}{4}} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i4k\frac{\pi}{4} + i\frac{\pi}{4}} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i4k\frac{\pi}{4}} \times e^{i\frac{\pi}{4}}$

$(z_A)^n = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{ik\pi} \times e^{i\frac{\pi}{4}}$ or $e^{ik\pi} = [e^{i\pi}]^k = (-1)^k$

$(z_A)^n = (-1)^k \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^n e^{i\frac{\pi}{4}}$ soit $(z_A)^n = (-1)^k \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$

$(z_A)^n = (-1)^k \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} z_A$ donc $\overrightarrow{OM_n} = (-1)^k \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} \overrightarrow{OA}$ donc les points O, A et M_n sont alignés.

5. Proposition : VRAIE

$j = \cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3} = -\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

j^2 est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{4\pi}{3}$ donc $j^2 = \cos\dfrac{4\pi}{3} + i\sin\dfrac{4\pi}{3} = -\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$1 + j + j^2 = 1 - \frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $1 + j + j^2 = 0$.

EXERCICE 4 5 points Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. $g(x) = x \Leftrightarrow 4x + 3 \equiv x$ modulo 27 $\Leftrightarrow 3x + 3 \equiv 0$ modulo 27
$\Leftrightarrow 3(x + 1) \equiv 0$ modulo 27
$\Leftrightarrow$ il existe un entier naturel k tel que $3(x + 1) = 27k$
$\Leftrightarrow x + 1 = 9k$
$\Leftrightarrow x = 9k - 1$
les entiers x de E tels que $g(x) = x$ sont $x = 8$, $x = 17$ et $x = 26$
Les caractères invariants dans ce codage sont *i*, *r* et ⋆.

2. Soient x et y deux éléments de E.
$y \equiv 4x + 3$ modulo 27 donc $7y \equiv 4 \times 7x + 3 \times 7$ modulo 27
or $28 = 27 + 1$ donc $28 \equiv 1$ modulo 27 et $21 = 27 - 6$ donc $21 \equiv -6$ modulo 27 donc $7y \equiv x - 6$ modulo 27 donc $7y + 6 \equiv x$ modulo 27

Si $y \equiv 4x + 3$ modulo 27 alors $x \equiv 7y + 6$ modulo 27.

Si deux caractères sont codés par le même caractère y alors il existe x et x' de E tels que $y \equiv 4x + 3$ modulo 27 et $y \equiv 4x' + 3$ modulo 27 donc d'après la propriété précédente :

$x \equiv 7y + 6$ modulo 27 et $x' \equiv 7y + 6$ modulo 27 donc $x \equiv x'$ modulo 27
27 divise $x - x'$ or $-26 \leq x - x' \leq 26$ et le seul multiple de 27 compris entre – 26 et 26 est 0 donc $x - x' = 0$ donc $x = x'$.
Les deux caractères sont identiques donc deux caractères distincts sont codés par deux caractères distincts.

3. **Premièrement :** On associe à chacune des lettres de l'alphabet, rangées par ordre alphabétique, un nombre entier naturel compris entre 0 et 25, rangés par ordre croissant.

On a donc $a \to 0$, $b \to 1$, ... $z \to 25$, on associe au séparateur « ⋆ »le nombre 26.

• **Deuxièmement :** à chaque élément y de E, l'application h associe le reste de la division euclidienne de $7y + 6$ par 27.

• **Troisièmement :** Le caractère initial est alors remplacé par le caractère de rang $h(x)$.

4. $7 \times 21 + 6 \equiv 18$ modulo 27 et $7 \times 5 + 6 \equiv 14$ modulo 27

	Etape 1	Etape 2	Etape 3
v	21	18	S
f	5	14	O

donc « *v f v* » est décodé en S O S.