Centres étrangers juin 2016
Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Dans une boulangerie industrielle, on prélève au hasard une baguette de pain dans la production. On admet que la variable aléatoire exprimant sa masse, en gramme, suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 10.
Affirmation 1 : La probabilité que la masse de la baguette soit supérieure à 187 g est supérieure à 0,9.

2. **Affirmation 2 :** L'équation $x - \cos x = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $\left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$.

Dans les questions 3 et 4, l'espace est rapporté à un repère orthonormal, et l'on considère les droites D_1 et D_2 qui admettent pour représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4t \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -5t' + 3 \\ \qquad\qquad \mathbb{R} \\ z = t' + 4 \end{cases}$$

3. **Affirmation 3 :** Les droites D_1 et D_2 sont sécantes.
4. **Affirmation 4 :** La droite D_1 est parallèle au plan P d'équation $x + 2y + z - 3 = 0$.

CORRECTION

1. **Affirmation 1 : VRAIE**
$P(X \geq 187) \approx 0,9032$.

Affirmation 2 : VRAIE
Soit $f(x) = x - \cos x$, $f'(x) = 1 + \sin x$ or, pour tout x de $\left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$, $0 \leq \sin x \leq 1$ donc $1 + \sin x \geq 1$ donc $f'(x) > 0$

f est définie continue strictement croissante sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$, $f(0) = -1$ et $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ donc $f(0) < 0 < f(\frac{\pi}{2})$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2} \right]$.

3. **Affirmation 3 : FAUSSE**
Le point d'intersection éventuel de D_1 et D_2 a ses coordonnées qui vérifient : $\begin{cases} x = 1 + 2t = -5t' + 3 \\ y = 2 - 3t = 2t' \\ z = 4t = t' + 4 \end{cases}$

donc en ne gardant que les deux dernières conditions : $\begin{cases} 2 - 3t = 2t' \\ 4t = t' + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 2t' = 2 \\ 4t - t' = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t + 2t' = 2 \\ 8t - 2t' = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11t = 10 \\ t' = 4t - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$t = \frac{10}{11}$ et $t' = \frac{-4}{11}$

Vérifions si la première condition est vérifiée : $1 + 2t = \frac{31}{11}$ et $-5t' + 3 = 5$ donc $1 + 2t \neq -5t' + 3$ donc les droites D_1 et D_2 ne sont pas sécantes.

4. **Affirmation 4 : VRAIE**
Un vecteur directeur de D_1 est le vecteur $\vec{u}\,(2 ; -3 ; 4)$ et un vecteur normal au plan P est $\vec{n}\,(1 ; 2 ; 1)$
$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \times 1 - 3 \times 2 + 4 \times 1 = 0$ donc la droite D_1 est parallèle au plan P.