# DEUX EXERCICES CORRIGES

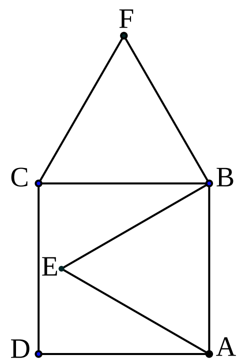
**Exercice 1 :**

1. Donner la mesure principale de $\frac{5\pi}{3}$, $-\frac{5\pi}{4}$ et de $\frac{31\pi}{6}$
2. On donne $A = cos(\frac{5\pi}{14}) + 2sin(\frac{\pi}{7}) + sin(\frac{8\pi}{7}) + sin(-\frac{\pi}{7})$ exprimer $A$ en fonction de $sin(\frac{\pi}{7})$.

**Exercice 2 :**

Dans le plan orienté ABCD est carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$.
$AEB$ et $BCF$ sont des triangles équilatéraux tels que $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}) = \frac{\pi}{3}$.
Sur la figure les points $D$,$E$ et $F$ semblent alignés. On souhaite le confirmer si c'est le cas ou l'infirmer dans le cas contraire.

1. (a) Montrer que le triangle $ADE$ est isocèle.
   (b) Démontrer que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \frac{5\pi}{12}$.
2. Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF})$ et en déduire une mesure de $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$.
3. (a) Utiliser la relation de Chasles pour calculer une mesure de $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF})$.
   (b) Conclure.



## *Correction*

**Exercice 1 :**

1. *Rappel : mesure principale d'un angle de deux vecteurs non-nuls* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
   *Soit une* $\alpha$ *une mesure de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$*, pour tout* $k \in \mathbb{Z}$ $\alpha_k = \alpha + 2k\pi$ *est aussi une mesure de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$*. La mesure principale de l'angle* $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ *est parmi les réels* $\alpha_k$*, l'unique valeur appartennant à l'intervalle* $]-\pi, \pi]$. On a donc :
   - $\dfrac{5\pi}{3} = \dfrac{6\pi - \pi}{3} = -\dfrac{\pi}{3} + 2\pi$ la mesure principale de $\dfrac{5\pi}{3}$ est $-\dfrac{\pi}{3}$.
   - $\dfrac{-5\pi}{4} = \dfrac{-8\pi + 3\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{4} - 2\pi$ la mesure principale de $-\dfrac{5\pi}{4}$ est $\dfrac{3\pi}{4}$.
   - $\dfrac{31\pi}{6} = \dfrac{36\pi - 5\pi}{6} = 12\pi - \dfrac{5\pi}{6}$ la mesure principale de $\dfrac{31\pi}{6}$ est $-\dfrac{5\pi}{6}$
2. On rappelle que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $sin(-x) = sin(x)$, $cos(\dfrac{\pi}{2} - x) = sin(x)$ et $sin(\pi + x) = -sin(x)$.

   $A = cos(\dfrac{5\pi}{14}) + 2sin(\dfrac{\pi}{7}) + sin(\dfrac{8\pi}{7}) + sin(-\dfrac{\pi}{7})$

   $A = cos(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{7}) + 2sin(\dfrac{\pi}{7}) + sin(\pi + \dfrac{\pi}{7}) - sin(\dfrac{\pi}{7})$

   $A = cos(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{7}) + 2sin(\dfrac{\pi}{7}) + sin(\pi + \dfrac{\pi}{7}) - sin(\dfrac{\pi}{7})$

   $A = sin(\dfrac{\pi}{7}) + 2sin(\dfrac{\pi}{7}) - sin(\dfrac{\pi}{7}) - sin(\dfrac{\pi}{7})$

   $A = sin(\dfrac{\pi}{7})$

**Exercice 2 :**

1. (a) On sait que $ABCD$ est un carré et que $AED$ est triangle équilatéral on a donc $AD = AB = AE$. Le triangle $ADE$ est isocèle de sommet $A$.

   (b) On a $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ d'où $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD}) = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6}$.
   On sait de plus que triangle $AED$ est isocèle de sommet $A$ on a $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DE})$. On en conclut que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \dfrac{1}{2}(\pi - (\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{5\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{12}$
2. $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BF}) = -\dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{\pi}{2}$.
   On en déduit que le triangle $EBC$ est rectangle en $B$ et comme il est isocèle on a donc $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF}) = \dfrac{\pi}{4}$.
3. (a) D'après la relation de Chasles et les questions précédentes on a

   $$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = (\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) + (\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}) + (\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$$
   $$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$
   $$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \pi$$

   (b) Les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont la même direction mais des sens opposés. On en déduit que les points $E$, $D$ et $F$ sont alignés.