Physique 2 - Mécanique
SVT – S2 – 2016

1. Cinématique du point

Objet de la cinématique :
Étude des mouvements des corps dans des repères indépendamment des forces qui leur sont appliquées

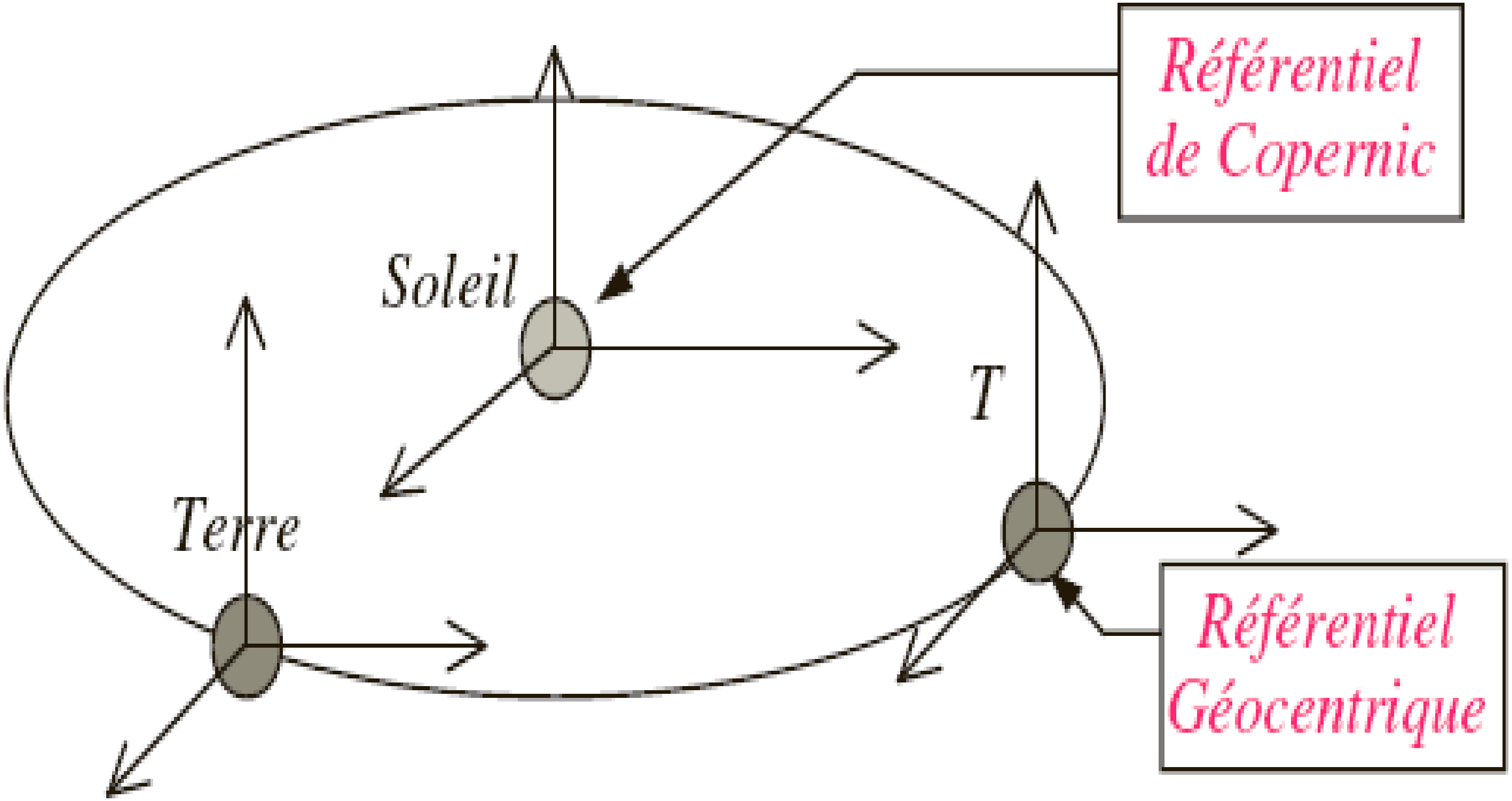
Bibliographie

Mini manuel de mécanique du point (web)

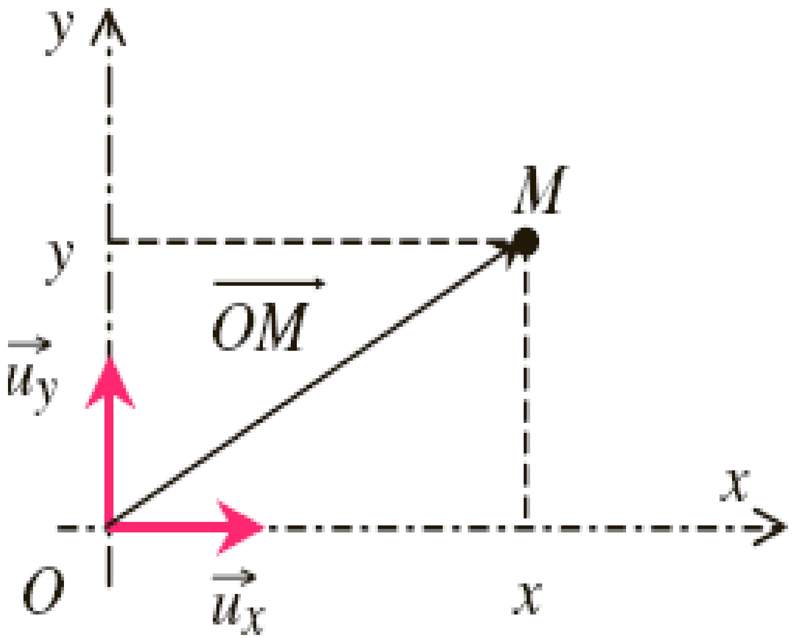
Ancien polycopié de mécanique SVT

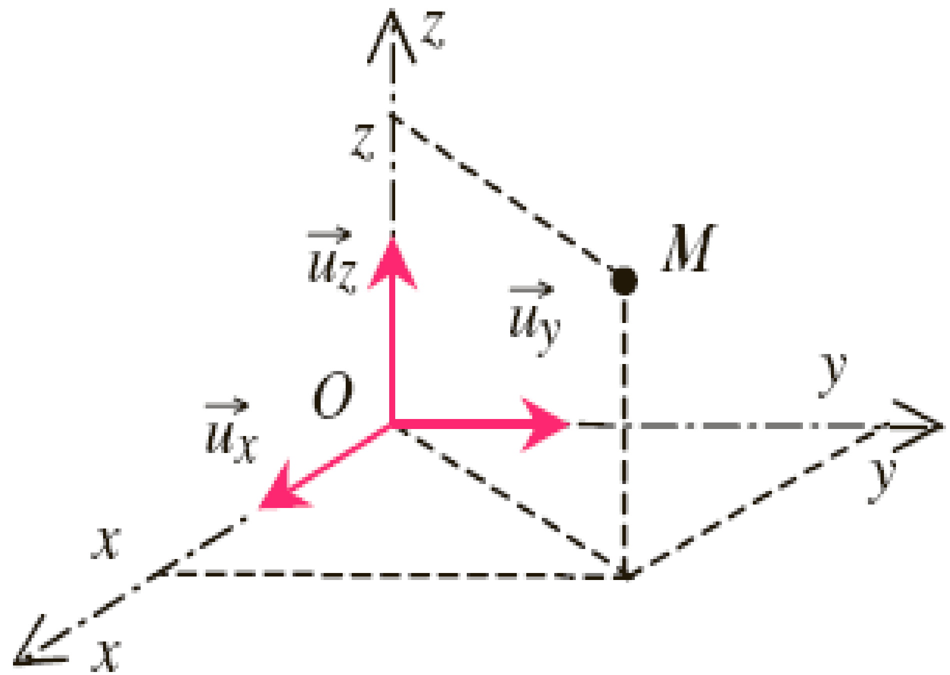
Notes du cours : www.lcfst.c.la

Tout mouvement est défini dans un Référentiel (مرجع)



Dans le Référentiel, on définit un repère : Systèmes de coordonnées



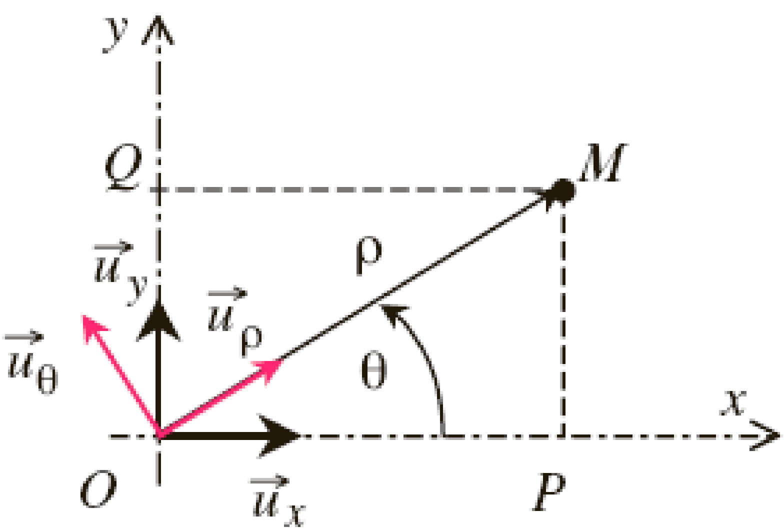


Systèmes de coordonnées cartésiennes

(*Oxy*) pour un mouvement plan

(*Oxyz*) pour un mouvement dans l'espace (3 dimensions)

Coordonnées polaires



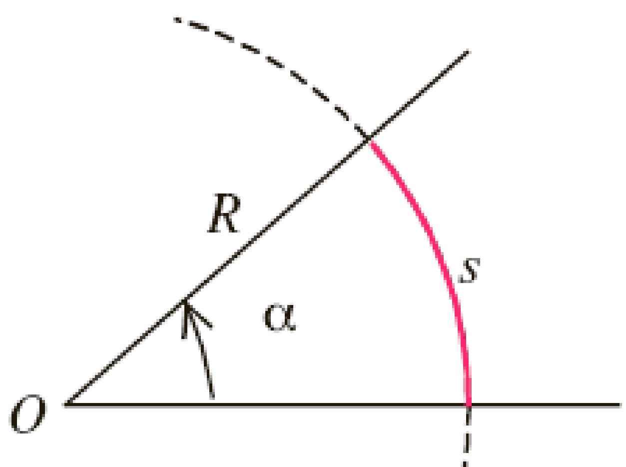
$$\overrightarrow{OM} = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| \vec{u}_\rho = \rho \vec{u}_\rho$$

$$\vec{u}_\rho = (\cos\theta)\vec{u}_x + (\sin\theta)\vec{u}_y$$

$$\vec{u}_\theta = (-\sin\theta)\vec{u}_x + (\cos\theta)\vec{u}_y$$

$$OM = \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Vérifiez : $\dfrac{d\vec{u}_\rho}{d\theta} = \vec{u}_\theta \; ; \; \dfrac{d\vec{u}_\theta}{d\theta} = -\vec{u}_\rho$



Mesure s de l'arc de cercle :

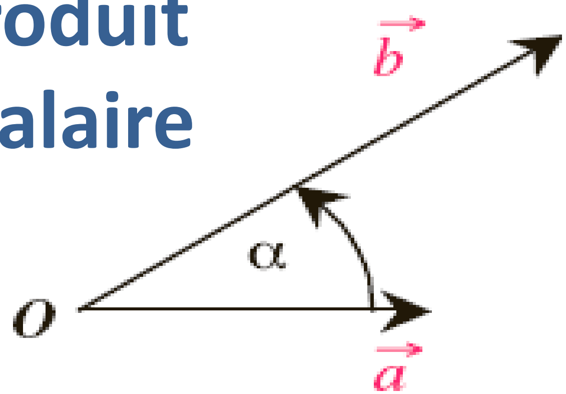
$$s = R\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{s}{R}$$

Longueur (périmètre) du cercle : $\alpha = 2\pi$ et s = 2πR

Outils mathématiques : Opérateurs sur les vecteurs

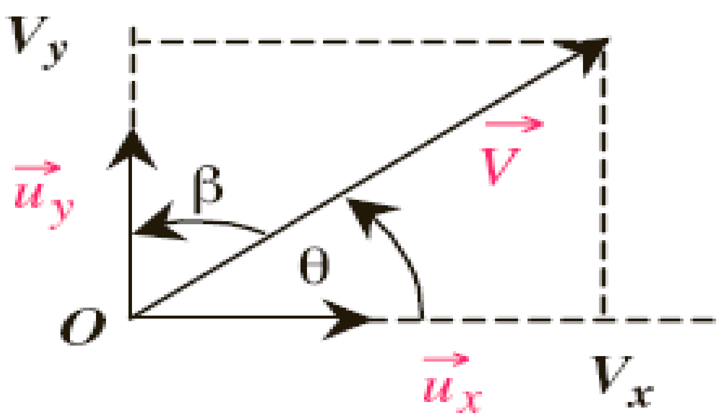
Produit scalaire



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\cos(\vec{a},\vec{b}) = ab\cos\alpha$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a} = \vec{a}^2 = \|\vec{a}\|^2 = a^2 = x_a^2 + y_a^2 + z_a^2$$



Angle entre 2 vecteurs

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{ab}$$

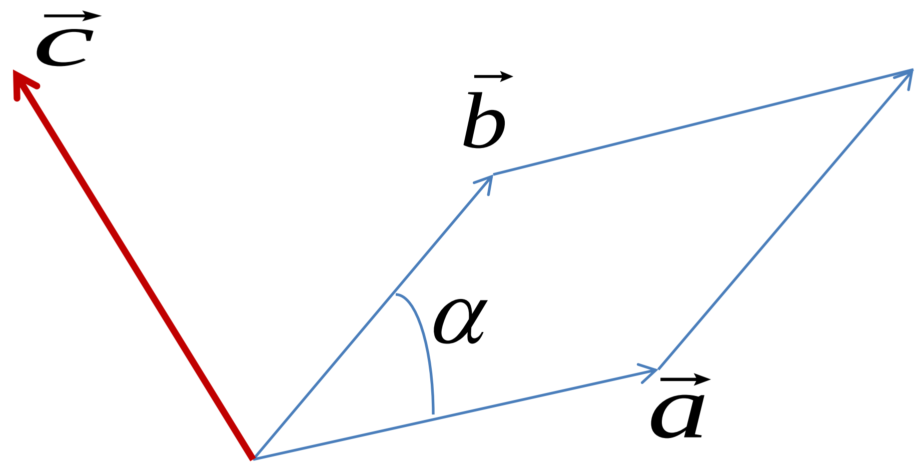
$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ si $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{b}$

$$\vec{V}\cdot\vec{u}_x = \|\vec{V}\|\|\vec{u}_x\|\cos\theta = V\cos\theta = V_x$$

$$\vec{V}\cdot\vec{u}_y = \|\vec{V}\|\|\vec{u}_y\|\cos\beta = V\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = V\sin\theta = V_y$$

Produit vectoriel

$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ b_x a_z - b_z a_x \\ a_x b_y - b_x a_y \end{pmatrix}$$



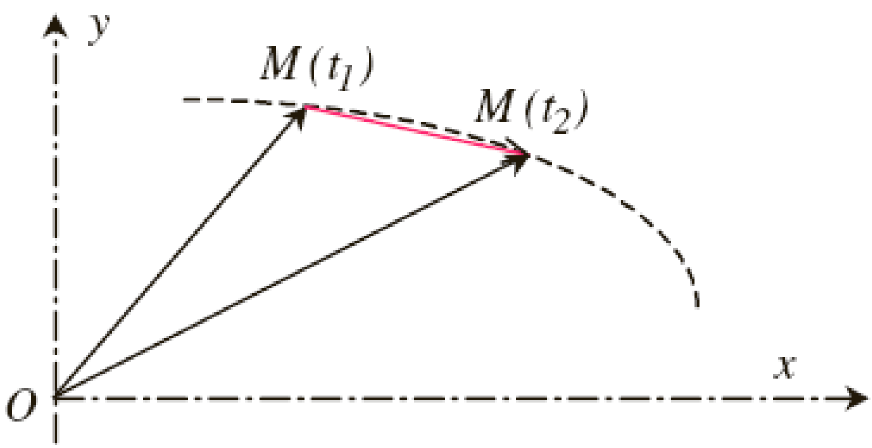
$\vec{c}$ est perpendiculaire au plan formé par les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$

$$c = a.b.\sin\alpha$$

La valeur de c mesure la surface du parallélogramme formé par les vecteurs a et b.

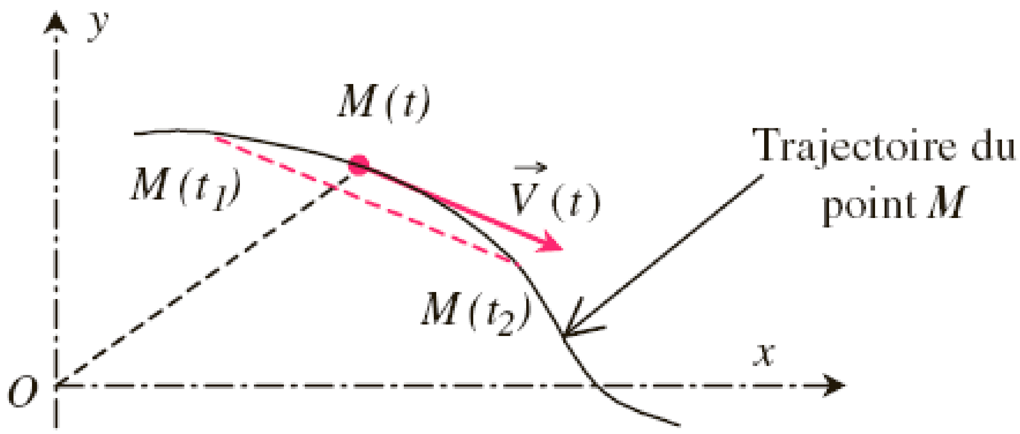
Vitesse

Distance parcourue = vitesse . temps



Vitesse moyenne

$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{\Delta t}$$



Vitesse instantanée

$$\vec{V}(t) = \frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$$

Attention : la vitesse est toujours définie par rapport à un référentiel donné.

Vitesse et accélération en coordonnées polaires

$$\overrightarrow{OM} = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| \vec{u}_\rho = \rho\,\vec{u}_\rho$$

$$\vec{V}(t) = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}[\rho\,\vec{u}_\rho]}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{V}(t) = \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t}\vec{u}_\rho + \rho\frac{\mathrm{d}\vec{u}_\rho}{\mathrm{d}t} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{V}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}[\dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta]}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\,\vec{u}_\theta$$

Composante radiale (sur u_ρ) et composante orthoradiale (sur u_θ)

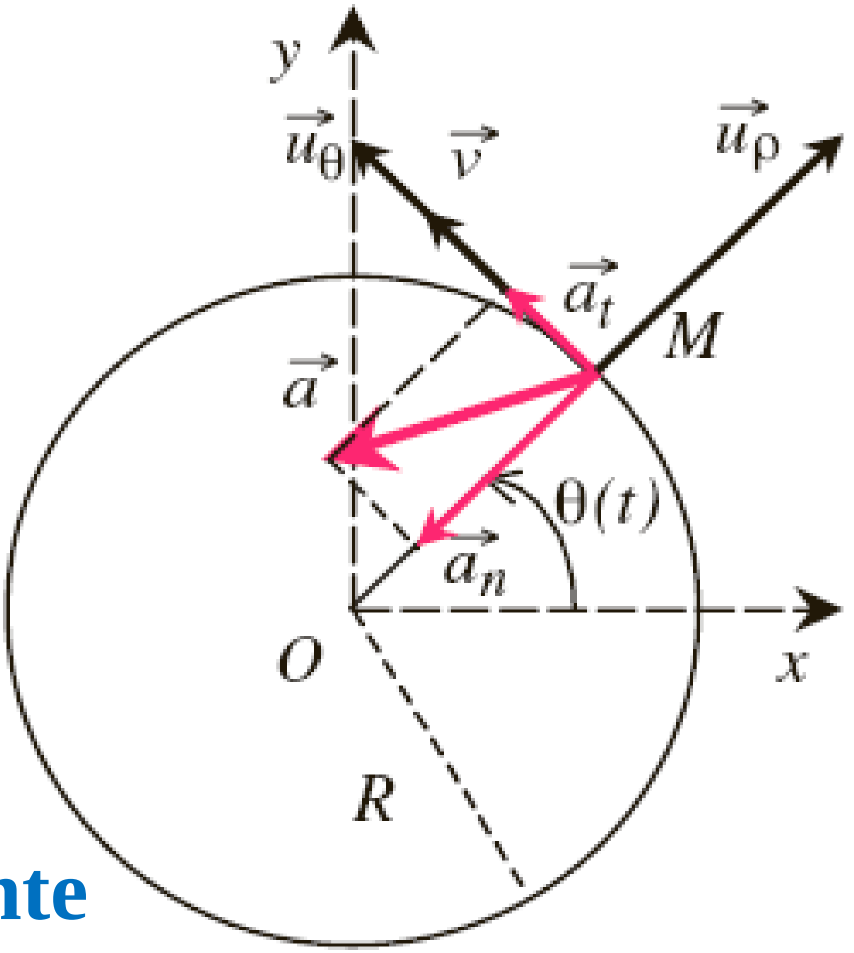
Mouvement circulaire

$$\overrightarrow{OM}(t) = \rho\,\vec{u}_\rho(t) = R\,\vec{u}_\rho$$

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta = R\omega(t)\,\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{a} = -R\omega^2\,\vec{u}_\rho + R\dot{\omega}\,\vec{u}_\theta$$



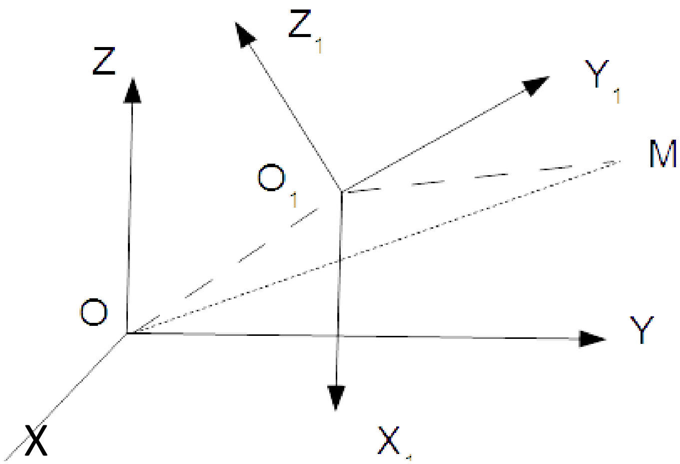
ω vitesse angulaire

Mouvement circulaire uniforme si ω est constante

La vitesse est tangentielle. L'accélération a une composante tangentielle et une composante normale

Composition des mouvements

Si le référentiel par rapport auquel on calcule la vitesse change, alors la vitesse et l'accélération changent aussi



$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$$

$$\overrightarrow{O_1M} = x_1\vec{u}_{x_1} + y_1\vec{u}_{y_1} + z_1\vec{u}_{z_1}$$

$$\vec{V}(M/\Re) = \frac{d}{dt}\overrightarrow{OM} = \underbrace{\frac{d}{dt}\overrightarrow{OO_1} + x_1\dot{\vec{u}}_{x_1} + y_1\dot{\vec{u}}_{y_1} + z_1\dot{\vec{u}}_{z_1}}_{\text{Vitesse d'entraînement de } \Re_1/\Re} + \underbrace{\dot{x}_1\vec{u}_{x_1} + \dot{y}_1\vec{u}_{y_1} + \dot{z}_1\vec{u}_{z_1}}_{\text{Vitesse relative de } M \text{ dans } \Re_1}$$

Vitesse d'entraînement de $\Re_1/\Re$

$$x_1\dot{\vec{u}}_{x_1} + y_1\dot{\vec{u}}_{y_1} + z_1\dot{\vec{u}}_{z_1} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

ω vitesse angulaire de rotation de $\Re_1/\Re$

Vitesse relative de M dans $\Re_1$

Exemples de mouvement relatif

- Lune par rapport au soleil (mouvement absolu) = Lune par rapport à la terre supposée fixe(mouvement relatif) + mouvement de la terre par rapport au soleil (mouvement d'entraînement
- Déplacement dans un train en marche par rapport à la terre (absolu)=déplacement par rapport au train (relatif) + déplacement du train par rapport à la terre supposée fixe

Composition des accélérations

En dérivant encore une fois par rapport au temps, on trouve l'accélération absolue / $\Re$:

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

$$\vec{a}_r = \ddot{x}_1\vec{u}_{x_1} + \ddot{y}\vec{u}_{y_1} + \ddot{z}\vec{u}_{z_1}$$ *Accélération relative*

$$\vec{a}_e = \frac{d^2}{dt^2}\overrightarrow{OO_1} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M} + \vec{\omega} \wedge \underbrace{(\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{O_1M})}_{\vec{V}_r}$$ *Accélération d'entraînement*

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$$ *Accélération complémentaire, ou de Coriolis*

N'existe que si ω est non nul