Résumé de cours

Récapitulatif sur le Barycentre

Barycentre de deux points :

Définition :

On appelle barycentre des deux points A et B affectés des coefficients α et β tels que $\alpha + \beta \neq 0$, l'unique point G défini par : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

Construction de G : $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{G \in (AB)}$

Théorème de réduction :

Pour tout point M du plan ou de l'espace, on a : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$

Barycentre de trois points et plus

Définition :

On appelle barycentre des trois points pondérés A, B et C affectés des coefficients α, β et γ respectivement, l'unique point G défini par : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ **.**

Propriété : le barycentre de trois points pondérés non alignés, appartient au plan déterminé par ces trois points.

Théorème de réduction :

Soit G le barycentre des points pondérés $(A\,;\alpha)$, $(B\,;\beta)$ et $(C\,;\gamma)$ avec $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$, alors pour tout point M du plan ou de l'espace on a : $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$

Homogénéité : Si G est le barycentre de $(A\,;\alpha)$, $(B\,;\beta)$ et $(C\,;\gamma)$
Alors G est aussi le barycentre de $(A\,;k\alpha)$, $(B\,;k\beta)$ et $(C\,;k\gamma)$
où k réel non nul.

Principe de l'associativité du barycentre :

Si G est le barycentre de $(A\,;\alpha)$, $(B\,;\beta)$ et $(C\,;\gamma)$
et si H est le barycentre de $(B\,;\beta)$, $(C\,;\gamma)$
Alors d'après le *théorème du barycentre partiel* :
G est le barycentre de $(A\,;\alpha)$, $(H\,;\beta+\gamma)$

Coordonnées barycentriques : le plan est rapporté à un repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.
Soit A, B et C trois points de coordonnées respectives $(x_A;y_A)$, $(x_B;y_B)$ et $(x_C;y_C)$

Les coordonnées du barycentre G du système $(A\,;\alpha)$, $(B\,;\beta)$ et $(C\,;\gamma)$

avec $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ sont : $x_G=\dfrac{\alpha.x_A+\beta.x_B+\gamma.x_C}{\alpha+\beta+\gamma}$ et $y_G=\dfrac{\alpha.y_A+\beta.y_B+\gamma.y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$