

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Un point est attribué par réponse exacte justifiée. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte et l'absence de réponse n'est pas pénalisée.

- Sur le schéma ci-dessous, on a représenté la courbe de densité d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 20$. La probabilité que la variable aléatoire X soit comprise entre 20 et 21,6 est égale à 0,34.



Affirmation 1 : La probabilité que la variable aléatoire X appartienne à l'intervalle $[23,2 ; +\infty[$ vaut environ 0,046.

- Soit z un nombre complexe différent de 2. On pose : $Z = \frac{iz}{z-2}$

Affirmation 2 : L'ensemble des points du plan complexe d'affixe z tels que $|Z| = 1$ est une droite passant par le point A(1 ; 0)

Affirmation 3 : Z est un imaginaire pur si et seulement si z est réel.

- Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{3}{4 + 6e^{-2x}}$.

Affirmation 4 : L'équation $f(x) = 0,5$ admet une unique solution sur \mathbb{R}

Affirmation 5 : L'algorithme suivant affiche en sortie la valeur 0,54.

Variables :	X et Y sont des réels
Initialisation :	X prend la valeur 0 Y prend la valeur $\frac{3}{10}$
Traitement :	Tant que $Y < 0,5$ X prend la valeur $X + 0,01$ Y prend la valeur $\frac{3}{4 + 6e^{-2x}}$
Sortie :	Fin Tant que Afficher X

CORRECTION

Affirmation 1 : FAUSSE

Soit $T = \frac{X-20}{\sigma}$, T suit une loi normale centrée réduite, $P(20 \leq X \leq 21,6) = 0,34 \Leftrightarrow P\left(0 \leq T \leq \frac{21,6-20}{\sigma}\right) = 0,34$ donc

$$P\left(T \leq \frac{21,6-20}{\sigma}\right) = 0,34 + 0,5 = 0,84 \text{ donc } \frac{1,6}{\sigma} = 0,994 \text{ donc } \sigma \approx 1,6 \text{ donc } P(X \geq 23,2) = 0,023$$

Affirmation 2 : VRAIE

$|Z| = 1 \Leftrightarrow |iz| = |z-2| \Leftrightarrow |z| = |z-2| \Leftrightarrow OM = BM$ où B est le point d'affixe 2 donc l'ensemble des points du plan complexe d'affixe z tels que $|Z| = 1$ est la médiatrice de [OB]. A est le milieu de [OB] donc la droite passe par A.

Affirmation 3 : FAUSSE

Si $z = 2$, z est réel et Z n'est pas défini

Affirmation 4 : VRAIE

$$f(x) = \frac{3}{4 + 6e^{-2x}} = 0,5 \Leftrightarrow 3 = 0,5 (4 + 6e^{-2x}) \Leftrightarrow 3 = 2 + 3e^{-2x} \Leftrightarrow 3e^{-2x} = 1 \Leftrightarrow e^{-2x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -2x = \ln \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$$

L'équation admet une unique solution sur \mathbb{R} .

Affirmation 5 : FAUSSE

L'algorithme calcule $f(x)$ en partant de $x = 0$ par pas de 0,01, à la calculatrice, on obtient :

L'algorithme suivant affiche en sortie la valeur 0,55.

